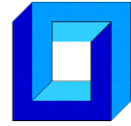




**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



**Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional**

SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DE RICHARDS CON EL MÉTODO DE ANÁLISIS DE HOMOTOPÍA BAJO CONDICIONES FÍSICAMENTE REALISTAS

Emilio Cariaga L.¹

¹Depto. de Ciencias Matemáticas y Físicas - Facultad de Ingeniería - Universidad Católica de Temuco
R. Ortega 02950 – Temuco – CHILE
e-mail: ecariaga@uct.cl

RESUMEN

En este trabajo se aplica el método HAM (Homotopy Analysis Method) [2] para resolver analíticamente la clásica ecuación de Richards, ecuación diferencial parcial, fuertemente no lineal, que se utiliza en la modelación de flujos no saturados en medios porosos. Esto en razón de que el método HAM resulta ser una mejor opción ante métodos clásicos como son los así llamados métodos de perturbación, y de no-perturbación [2], pues entre otros aspectos no requiere la introducción de parámetros auxiliares que generan restricciones. En este trabajo se amplían los resultados informados en [1] y [3] a familias paramétricas validadas empíricamente tales como Brooks-Corey [4], y con condiciones de frontera físicamente realistas. También se validan las soluciones obtenidas con otras soluciones analíticas tales como las propuestas en [5]. Finalmente, se informan diversos experimentos computacionales que confirman la idoneidad física de las soluciones analíticas calculadas.

Agradecimientos

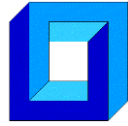
El autor agradece al Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas, y al Magíster en Matemáticas Aplicadas de la Universidad Católica de Temuco por las facilidades brindadas en la ejecución de este proyecto.

REFERENCIAS

- [1] A.R. Ghotbi, M. Omidvar, A. Barari, “Infiltration in unsaturated soils-an analytical approach”, *Computer and Geotechnics*, vol. 38, pp. 777-782, 2011.
- [2] S.J. Liao, “Advances in the homotopy analysis method”. Singapore: World Scientific; 2013.
- [3] M.A. Patel, N.B. Desai, “An approximate analytical solution of one-dimensional groundwater recharge by spreading”, *TWMS J. App. Eng. Math.*, vol. 9, no. 4, pp. 838-850, 2019.



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



**Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional**

- [4] R.H. Brooks, A.T. Corey, “Hydraulic properties of porous media”, Hydrology paper 3. Fort Collins: Colorado State University, 1964.
- [5] A.M. Wazwaz, Travelling wave solutions of generalized forms of Burgers, Burgers-KdV and Burgers-Huxley equations, Applied Mathematics and Computation, vol. 169, pp. 639-656, 2005.



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE ESQUEMA ARBITRARIO LAGRANGIANO-EULERIANO DE VOLUMENES FINITOS EN ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES HIPERBÓLICAS

Raimundo Claren¹, Elena Gaburro², Mario Ricchiuto³ y José M. Cardemil¹

¹Departamento de Ingeniería Mecánica – Pontificia Universidad Católica de Chile
Av. Vicuña Mackenna 4860 – Santiago – CHILE
e-mail : rclaren@uc.cl, jmcardem@uc.cl

²Departamento de Ciencias de computación – Università degli studi di Verona
Via S. Francesco, 22, 37129 – Verona – ITALIA
e-mail : elena.gaburro@univr.it

³Equipo CARDAMOM – Instituto Inria de la Universidad de Bordeaux
200 avenue de la Vieille Tour – Talence – FRANCIA
e-mail : mario.ricchiuto@inria.fr

RESUMEN

El presente trabajo describe el análisis de las propiedades de estabilidad de un esquema arbitrario lagrangiano-euleriano de volúmenes finitos aplicado a la ecuación escalar de advección lineal. El estudio considera un caso unidimensional con una velocidad de malla computacional constante. El esquema desarrollado es de primer orden y emplea el método de Rusanov para el cálculo de flujos interfaciales. Se desarrolla un análisis de Von Neumann para obtener el factor de amplificación y la condición de estabilidad del método numérico. Se comprueba que la estabilidad del esquema depende principalmente de la diferencia entre la velocidad característica de propagación de la ecuación y la velocidad de la malla computacional. La condición de estabilidad teórica propuesta es verificada mediante una implementación computacional del método numérico previamente publicada [1]. Se observa que al disminuir el número de Courant-Friedrichs-Levy el rango de estabilidad del esquema aumenta, permitiendo obtener simulaciones más robustas.

Agradecimientos

Los autores agradecen a todos los miembros del equipo CARDAMOM del Instituto Inria de la Universidad de Bordeaux por su apoyo en esta investigación. Adicionalmente, Raimundo Claren agradece el apoyo financiero del proyecto FONDECYT N°1231186.

REFERENCIAS

[1] Gaburro, E., Boscheri, W., Chiocchetti, S., Klingenberg, C., Springel, V., & Dumbser, M. (2020). High order direct arbitrary-Lagrangian-Eulerian schemes on moving Voronoi meshes with topology changes. *Journal of Computational Physics*, 407, 109167. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.109167>



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



**Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional**

Resolución de la ecuación de Poisson utilizando Redes Neuronales Convolucionales

Eduardo Hasbún Contreras y Christopher Cooper

Departamento de Ingeniería Mecánica – Universidad Federico Santa María
Av. España 1680 – Valparaíso – CHILE
e-mail : eduardo.hasbun@sansano.usm.cl
e-mail : christopher.cooper@usm.cl

RESUMEN

La ecuación de Poisson es una herramienta fundamental en el modelamiento de diversos campos de la ingeniería y la física, tales como electrostática, mecánica de fluidos y transferencia de calor. Recientemente, los avances en algoritmos de aprendizaje automático han abierto la posibilidad de utilizarlos para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales, mostrando gran potencial. Por ejemplo, existen metodologías basadas en Redes Neuronales Convolucionales (CNN) que resuelven la ecuación de Poisson [1]. Estos modelos consisten en una CNN que se entrena para un dominio y condiciones de borde específicos y una colección de funciones forzantes en el lado derecho, para luego resolver la ecuación rápidamente para cualquier lado derecho. Esto representa una gran ventaja sobre otros métodos que utilizan redes neuronales, los cuales deben ser entrenados para cada función forzante en particular, especialmente en aplicaciones donde es necesario resolver para múltiples funciones de lado derecho.

A pesar de su gran potencial, estas implementaciones de CNN para ecuaciones diferenciales están limitadas a 2 dimensiones, dominios homogéneos y condiciones de borde que decaen a cero al infinito. En este trabajo, resolvemos la ecuación de Poisson presentando generalizaciones que permiten abordar problemas tridimensionales, con interfaces y condiciones de contorno generales. Además de estas extensiones, realizamos un estudio sistemático de variaciones de arquitectura y parámetros de la red, para comprender su impacto en la calidad de la solución.

[1] Lionel Cheng, “*Detailed Numerical Simulation of Multi-Dimensional Plasma Assisted Combustion*”. Diss. Institut National Polytechnique de Toulouse-INPT, pp. 245-294, August 2022.



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional

IDENTIFICACIÓN DISPERSA DE DINÁMICA NO LINEAL PARA SISTEMAS CON SEPARACIÓN DE ESCALAS DE TIEMPO

Diemen Delgado-Cano, Erick Kracht y Benjamín Herrmann

Departamento de Ingeniería Mecánica – Universidad de Chile
Av. Beauchef 851 – Santiago – CHILE
e-mail : diemen.delgado@ug.uchile.cl, erick.kracht@uchile.cl, benjaminh@uchile.cl

RESUMEN

La identificación dispersa de dinámica no lineal (SINDy) [1] se ha establecido como una técnica efectiva para identificar modelos minimalistas e interpretables de sistemas físicos a partir de datos. Sin embargo, en casos donde existe una separación de escalas de tiempo, como en inestabilidades hidrodinámicas, fenómenos de reacción-difusión y en sistemas mecánicos amortiguados, SINDy es sensible al ruido en los datos, produciendo modelos con baja capacidad predictiva. En este trabajo, identificamos la causa de este pobre desempeño y proponemos una solución. Específicamente, en estos casos la dinámica evoluciona sobre una variedad invariante en espacio de estados [2], resultando en que el problema de regresión planteado por SINDy quede mal condicionado. Este desafío puede ser abordado dividiendo la tarea en dos partes: 1) el ajuste de la variedad invariante y 2) la identificación de la dinámica sobre la misma. El método desarrollado es aplicado en tres ejemplos: vibraciones de una viga en pandeo, conducción térmica en un disipador de calor y un flujo de fluido sobre un perfil alar. La solución propuesta elimina la falencia fundamental de SINDy para sistemas con separación de escalas de tiempo, extendiendo la aplicabilidad del método a una amplia gama de fenómenos físicos.

Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento de los proyectos ANID Fondecyt 11220465 y U-Inicia-003/21.

REFERENCIAS

- [1] S. L. Brunton, J. L. Proctor, and J. N. Kutz, “Discovering governing equations from data by sparse identification of nonlinear dynamical systems”, Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 113, no. 15, pp. 3932–3937, 2016.
- [2] J. L. Callahan, S. L. Brunton, and J. Loiseau. On the role of nonlinear correlations in reduced-order modelling. Journal Of Fluid Mechanics, vol. 938, p. A1, 2022.



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional

BASE ÓPTIMA PARA LA DEFORMACIÓN DE MODOS DE ESTABILIDAD EN SISTEMAS DINÁMICOS PARAMETRIZADOS

Nicolás Torres-Ulloa, Erick Kracht y Benjamín Herrmann

Departamento de Ingeniería Mecánica – Universidad de Chile
Av. Beauchef 851 – Santiago – CHILE
e-mail: nicolastorres@ug.uchile.cl, erick.kracht@uchile.cl, benjaminh@uchile.cl

RESUMEN

Los modos de estabilidad producidos por descomposición espectral se han consolidado como una herramienta básica para el análisis y la reducción de modelos en dinámica estructural, transferencia de calor y mecánica de fluidos [1]. Estos representan patrones espaciales en los campos de velocidad, temperatura o vibraciones, respectivamente, que se encuentran asociados a una dinámica temporal simple. Sin embargo, para sistemas dinámicos parametrizados, los modos obtenidos para un punto en el espacio de parámetros no son necesariamente relevantes dinámicamente al alejarse de ese punto. Afortunadamente, al variar los parámetros, los modos de estabilidad suelen exhibir correlaciones que pueden ser explotadas usando técnicas de minería de datos [2]. En este trabajo, aplicamos una descomposición en valores singulares (SVD) para extraer, a partir de datos, una base ortogonal óptima que captura la deformación de los modos de estabilidad al variar un parámetro. Aplicamos el método a tres sistemas dinámicos parametrizados: el flujo sobre un perfil alar, conducción de calor en una batería y vibraciones en una viga. La base óptima resultante permite generar modelos reducidos parametrizados [3] más eficientes y, adicionalmente, proporciona una interpretación física del efecto que tienen los cambios en el parámetro sobre los patrones que dominan la actividad dinámica.

Agradecimientos

Los autores agradecen el financiamiento de los proyectos ANID Fondecyt 11220465 y U-Inicia-003/21.

REFERENCIAS

- [1] K. Taira et al., “Modal decompositions of fluid flows: An overview”, *AIAA Journal*, vol. 55, no. 12, pp. 4013–4041, 2017.
- [2] S. L. Brunton, and J. N. Kutz. “Data-driven science and engineering: Machine learning, dynamical systems, and control”, Cambridge University Press, 2022.
- [3] P. Benner et al., “A Survey of Projection-Based Model Reduction Methods for Parametric Dynamical Systems”, *SIAM Review*, Volume 57 Iss. 4, 2015.



**XXII Congreso Chileno de
Mecánica Computacional**
3 y 4 de octubre de 2024
Quilpué, Chile



Sociedad Chilena de
Mecánica Computacional

Métodos de Galerkin discontinuo hibridizables, simplécticos y Hamiltonianos para las ecuaciones linealizadas de aguas poco profundas.

Cristhian Nuñez¹ y Manuel A. Sánchez²

¹Facultad de Matemáticas – Pontificia Universidad Católica de Chile
Av. Vicuña Mackenna 4860 – Santiago – CHILE
e-mail : aanunez6@uc.cl

²Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional - Pontificia Universidad Católica de Chile
Av. Vicuña Mackenna 4860 – Santiago – CHILE
e-mail : manuel.sanchez@uc.cl

RESUMEN

Las ecuaciones de aguas someras constituyen un marco fundamental para modelar la dinámica de fluidos con densidad constante en profundidades bajas, regidas por leyes conservativas que gobiernan la masa y el momento. En este estudio, nos concentramos en avanzar en los métodos numéricos específicamente diseñados para resolver las ecuaciones de aguas someras linealizadas (LSWEs, por sus siglas en inglés) mientras preservamos simultáneamente cantidades físicas importantes como la masa, la vorticidad y la energía. Nuestro enfoque implica una reformulación estratégica de las LSWEs en una forma Hamiltoniana, empleando métodos hibridizables de Galerkin discontinuo (HDG) para la discretización espacial. Aprovechando la estructura Hamiltoniana inherente de las ecuaciones de aguas someras y aplicando métodos de marcha temporal simpléctica, garantizamos las propiedades de conservación del sistema de ecuaciones completamente discretizado. Las propiedades clave de nuestra metodología se discuten a fondo, y presentamos experimentos numéricos para validar su rendimiento.

Agradecimientos

C. Nuñez agradece el financiamiento de la Beca Doctorado Nacional 2021, ANID Chile. M. Sánchez agradece el financiamiento de FONDECYT Regular, N. 1221189 y de Centro Nacional de Inteligencia Artificial CENIA, FB210017, Basal ANID Chile.

REFERENCIAS

[1] Bui-Thanh, Tan, " Construction and analysis of {HDG} methods for linearized shallow water equations," SIAM J. Sci. Comput., vol 38, no 6, pp. A3696-A3719, 2016.